物　理　学

【第３問】

ばねの上に取り付けられた檻の天井中央に猿がぶら下がって静止している（図１）．時刻$t=0$に，猿は速度ゼロで静かに手を離して自由落下し，$t=t_f$に跳ねることなく床に張り付く．この時の檻の振動を抽象化したモデルで考える．猿は質量mの大きさが無視できる質点であるとする．檻は，質量Mで床から天井までの高さをHとし，硬くて変形しないとする．ばねは，質量が無視でき，ばね定数はkとする．空の檻（図２）の位置を基準として，檻の下向きの位置の変化をxで表す．重力加速度をgとして，以下の問いに答えよ．

（１）　図１の状態で静止している時のxの値を示せ．

（２）　猿が檻の床に落ちるまでの間のxをt $(t>0)$の関数として表せ．

（３）　猿が床に落ちる時刻t_fを求める方程式を立てよ．そして，t_fが檻とばねの振動の周期よりも十分小さい場合の，近似解を求めよ．

（４）　猿が檻の床に落ちた後のxをtの関数として表せ．ただし，（３）と同じ近似が成り立つとする．

（５）　ばねが地面を下向きに押す力をFとする．$t=0$の時$F=0$として，Fの変化を横軸をtとしてグラフに示せ．グラフを特徴づける値を明記すること．

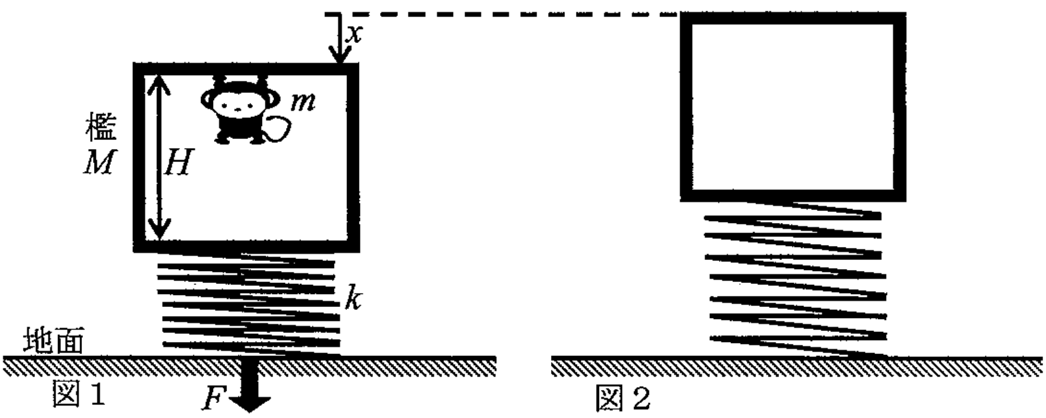

図１　　　　　　　　　　図２

物　理　学

【第４問】

磁場や電場によって生じる力を用いて，イオンの質量を分析することを考える．図１は，磁場を用いた質量分析計の概念図である．質量 m で電荷 q（>0）の正イオンが加速電極（電極間の電位差 V_A）で速度を得て，$\boldsymbol{B}=(0,0,B)$ の一様な静磁場（斜線部分）の中を半径 r で旋回運動している．なお，直交座標系を取り，X 軸を正イオンの初速度方向，Z 軸を一様磁場の方向とする．また，加速される前に正イオンがもつ速度は無視できるものとする．以下の問いに答えよ．

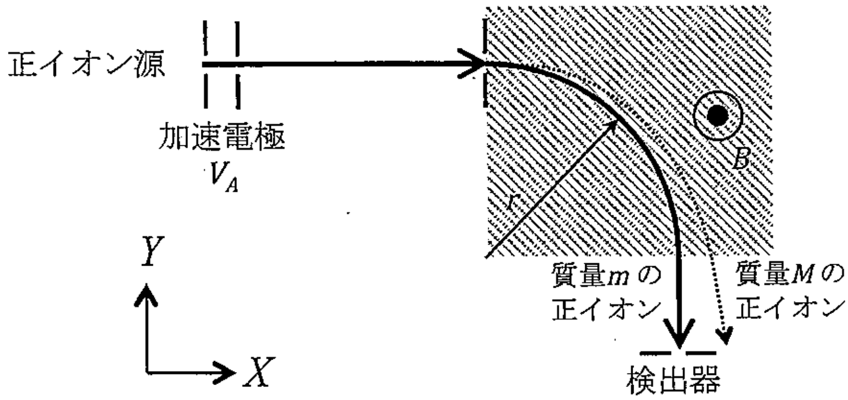

図１

（１）　加速電極で加速された正イオンの速度 v_0 を求めよ．

（２）　正イオンの速度ベクトルを (v_X, v_Y, v_Z) として，静磁場中での正イオンの運動を記述する運動方程式を，座標系 (X, Y, Z) の各方向に対してそれぞれ記せ．

（３）　運動方程式を解いて，旋回運動する正イオンの角速度と半径 r を求めよ．

（４）磁場の強さが B の時に，質量 m で電荷 q の正イオンが検出器で捕獲された．質量が M（$>m$）で電荷 q の正イオンを検出器で捕獲するためには，磁場の強さを変える必要がある．このとき，設定すべき磁場の強さを求めよ．

（5）次に図2のように，一様な静磁場 B と同時に，一様な静電場 E を距離 L の範囲（斜線部分）に与えた．このとき，質量 m で電荷 q の正イオンは，破線のように直進して，正対して配置した検出器で捕獲された．

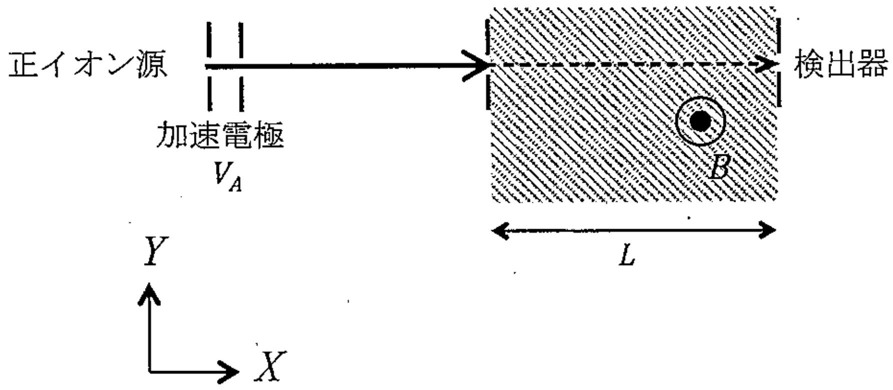

図2

(5-1) 与えた静電場 E の強さと方向を求めよ．

(5-2) 質量 $m+\Delta m$ で電荷 q の正イオンは，X 方向に距離 L だけ移動する間に Y 方向に微小変位する．この変位量を質量差 Δm が質量 m に比べ十分に小さいと仮定して求めよ．ただし，移動に要する時間はイオンの旋回（円）運動の周期に比べて十分に短いとする．

物　理　学　／　化　学

【第５問】

等温過程と定積過程からなる熱機関について考える．以下でP，V，Tはそれぞれ作業物質の圧力，体積，絶対温度を表し，理想気体の気体定数をRとする．

（1）　図１はある熱機関の１サイクルを表すP-V図である．作業物質は１モルの理想気体（定積モル比熱 C_V）とする．ただし C_V は定数とする．この熱機関は温度T_1の高温熱源と温度T_2の低温熱源を利用した以下のサイクルからなる．

(A→B) 作業物質の体積をV_aに保ったまま，系を高温熱源に接触させ作業物質の温度をT_2からT_1まで上昇させる．

(B→C) 系を高温熱源に接触させ作業物質の温度をT_1に保ったまま，準静的に体積をV_aからV_bまで膨張させる．

(C→D) 作業物質の体積をV_bに保ったまま，系を低温熱源に接触させ作業物質の温度をT_1からT_2まで低下させる．

(D→A) 系を低温熱源に接触させ作業物質の温度をT_2に保ったまま，準静的に体積をV_bからV_aまで圧縮する．

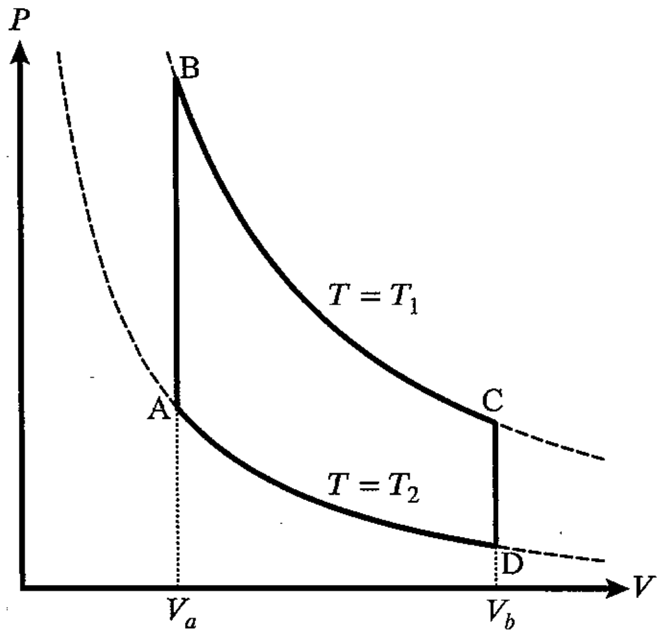

図１

(1-1) この熱機関の 1 サイクル A→B→C→D→A で作業物質が外界に対してなす正味の仕事 W を求めよ.

(1-2) この熱機関の 1 サイクル A→B→C→D→A を通じて，作業物質が高温熱源から吸収する熱量 Q_1 及び低温熱源に放出する熱量 Q_2 を求めよ.

(1-3) 熱機関の効率 η は作業物質が外界に対してなす正味の仕事 W と高温熱源から吸収する熱量 Q_1 との比 W/Q_1 で与えられる. 図 1 の熱機関に対して，$T_1 - T_2 \to 0$ の極限での η について，$(T_1 - T_2)$ の 1 次のオーダーの近似式を求めよ.

（2）（1）では作業物質が常に気体の状態であったが，より一般的には作業物質が相変化することも考えられる. 作業物質が 1 モルの単一成分の物質からなり，その液相と気相とが常に平衡状態にあるような熱機関を考える. ただし作業物質は気相では理想気体とする. 図 2 で，破線と実線 BC からなる曲線 $T = T_1$，及び破線と実線 DA からなる曲線 $T = T_2$ はこの作業物質のそれぞれの温度での等温線を表す. 体積が V_ℓ と V_g の間にあるとき作業物質は気液平衡の状態にあり，このときの圧力を温度 T_1 及び T_2 に対してそれぞれ P_1 及び P_2 とする. この作業物質の液相及び気相における定積モル比熱をそれぞれ $C_{V\ell}$ 及び C_{Vg}（いずれも定数），モル蒸発熱を L とする. また V_ℓ と V_g の温度依存性は無視する.

（1）と同様に，温度 T_1 の高温熱源と温度 T_2 の低温熱源を用いて A→B→C→D→A を 1 サイクルとする熱機関を考える.

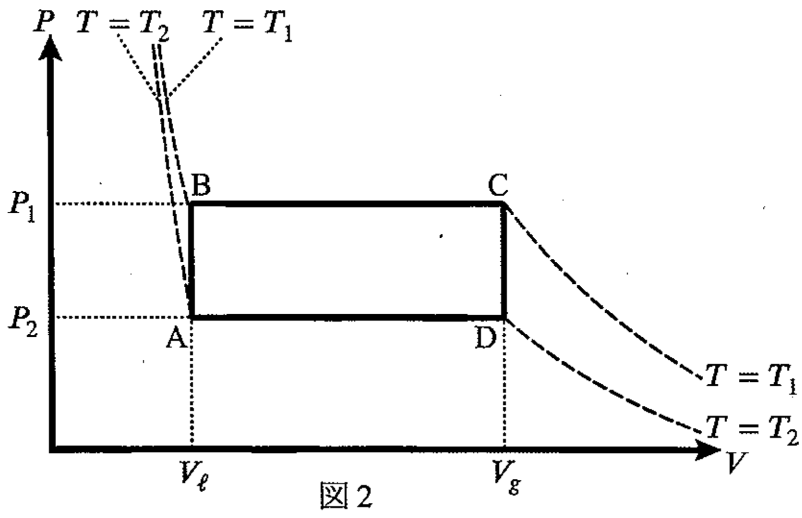

図 2

(2-1) この熱機関の 1 サイクル A→B→C→D→A で作業物質が外界に対してなす正味の仕事 W, 高温熱源から吸収する熱量 Q_1, 効率 η を求めよ.

(2-2) $T_1 - T_2 \to 0$ の極限において，この熱機関の効率 η は（1-3）で導出したものに等しくなる．この関係を用いて，圧力 $\boldsymbol{P}$ の温度 $\boldsymbol{T}$ に対する変化率 dP/dT を求めよ．ただしこの極限操作で $V_g - V_\ell \neq 0$ は維持されるものとする.

（3）熱機関の効率について以下の問いに答えよ.

(3-1) 以下の文の a 欄に当てはまる適当な言葉，及び b，c 欄に当てはまる等式あるいは不等式を答えよ.

「カルノーサイクルは等温膨張・圧縮過程と断熱膨張・圧縮過程からなり，その効率 η_C はこれを駆動する高温熱源と低温熱源の $\boxed{\quad a \quad}$ だけで決まる．これと同じ 2 つの恒温熱源により駆動される任意の熱機関の効率 η と η_C の間に $\boxed{\quad b \quad}$ の関係が成り立ち，特にこの熱機関が可逆機関のときに限り η と η_C の間に $\boxed{\quad c \quad}$ が成り立つ.」

(3-2) 図 1 と図 2 の熱機関の効率が $T_1 - T_2 \to 0$ の極限で等しいと言えるのはなぜか.（3-1）を踏まえ，$T_1 - T_2 \to 0$ の極限をとる理由も含めて 100 字程度で説明せよ.